Determina l'area del triangolo individuato dalle rette r) 2x+y=6 s) x+5y-3=0 t) x+2y=0

Punto B intersezione tra le rette *r* e *s*

$$\begin{cases}2x+y-6=0\\x+5y-3=0\end{cases}\qquad\begin{cases}2x+y-6=0\\-2x-10y+6=0\end{cases}$$

$$-9y=0;$$

$y=0; x=3$ punto B(3;0)

Punto C(4;-2) intersezione tra le rette *r* e *t*

$$\begin{cases}2x+y-6=0\\x+2y=0\end{cases}\qquad\begin{cases}2x+y-6=0\\-2x-4y=0\end{cases}$$

$$-3y-6=0;$$

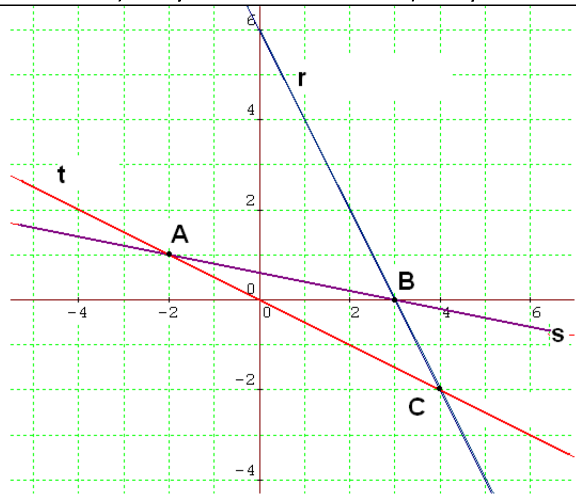
$y=-2; x=4$ punto C(4;-2)

Punto A intersezione tra le rette *s* e *t*

$$\begin{cases}x+5y-3=0\\x+2y=0\end{cases}\qquad\begin{cases}x+5y-3=0\\-x-2y=0\end{cases}$$

$$3y-3=0;$$

$y=1; x=-2$ punto A(-2;1)



punto A(-2;1)
punto B(3;0)
punto C(4;-2)

Perimetro triangolo:

$$d_{AB}=\sqrt{(3+2)^2+(0-1)^2}=\sqrt{25+1}=\sqrt{26};$$

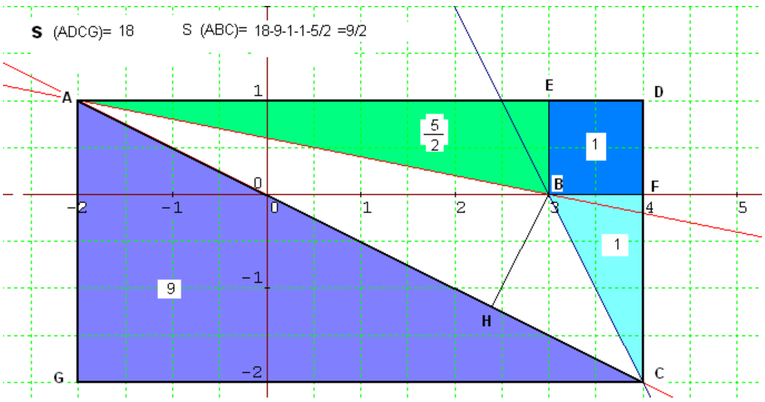
$$d_{AC}=\sqrt{(4+2)^2+(-2-1)^2}=\sqrt{36+9}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$$

$$d_{BC}=\sqrt{(4-3)^2+(-2)^2}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}=\sqrt{5}$$

2p=AB+AC+BC

$$2p=\sqrt{26}+3\sqrt{5}+\sqrt{5}=\sqrt{26}+4\sqrt{5}$$

L'area del triangolo può essere ottenuta sottraendo all'area del rettangolo (ADCG) e l'area del quadrato (BFDE) e dei triangoli (ABG), (AEB) e (BFC). Altrimenti utilizzando la formula dell'area: semiprodotto della base e dell'altezza.



Altezza del triangolo relativa alla base AC:
retta passante per B(3;0) perpendicolare alla retta t di equazione x+2y=0
coefficiente angolare retta t

$$2y=-x;\quad y=-\frac{1}{2}x;\quad m=-\frac{1}{2}$$

Equazione della retta contenente l'altezza BH

$$y-0=2(x-3);\quad y=2x-6$$

$$\begin{cases}2x-y=6\\x+2y=0\end{cases}\qquad\begin{cases}4x-2y=12\\x+2y=0\end{cases}$$

$$5x=12;\quad x=\frac{12}{5};y=2\frac{12}{5}-6$$

$$y=\frac{24-30}{5};y=-\frac{6}{5}$$

punto $H(\frac{12}{5};-\frac{6}{5})$

L'area del triangolo: S(ABC)=½AC·BH

$$S(ABC)=\frac{1}{2}\cdot3\sqrt{5}\cdot\sqrt{\frac{45}{25}}=\frac{3}{2}\sqrt{5}\frac{\sqrt{9\cdot5}}{5}=\frac{9}{2}$$

$H\left(\frac{12}{5};-\frac{6}{5}\right)$

$B(3;0)$

$$d_{BH}=\sqrt{\left(\frac{12}{5}-3\right)^2+(-\frac{6}{5})^2}=\sqrt{\frac{9}{25}+\frac{36}{25}}=\sqrt{\frac{45}{25}}$$

L'area del rettangolo può essere determinata calcolando un determinante 3X3 noti i vertici:

$$\text{Area}=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}x_1&y_1&1\\x_2&y_2&1\\x_3&y_3&1\end{vmatrix}$$

vertici

punto A(-2;1)
punto B(3;0)
punto C(4;-2)

$$S(ABC)=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}-2&1&1\\3&0&1\\4&-2&1\end{vmatrix}=$$

$\frac{1}{2}|-9|=\frac{9}{2}$

N.B. valore assoluto del determinante

Metodo di Sarrus

$$\begin{matrix}-2&1&1&-2&1\\3&0&1&3&0\\4&-2&1&4&-2\end{matrix}$$

=4-6-3-4=-9