Esercitazione matematica

Determinanti 3x3. Retta passante per due punti ed equazione circonferenza passante per tre punti

Determina l'equazione della retta passante per A(2;5) e B(6;8)

Il determinante 3X3 può essere calcolato utilizzando il metodo di Sarrus.

Equazione retta per 2 punti

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$P_1\ (2;5) \qquad P_2\ (6;8)$

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ 6 & 8 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ 6 & 8 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} x & y \\ 2 & 5 \\ 6 & 8 \end{matrix} = 0$$

$5x+6y+16-30-8x-2y=0$

$-3x+4y-14=0$

$3x-4y+14=0$

Determina l'equazione della circonferenza passante per i punti A(2;5), B(6;8) e C(-1;0)

Esercitazione matematica

Determina l’equazione della retta passante per A(2;5) e B(6;8)

$$m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\qquad m=\frac{8-5}{6-2}=\frac{3}{4}$$

$$y-y_0=m(x-x_0)$$

$$y-5=\tfrac{3}{4}(x-2)\qquad y=\tfrac{3}{4}x-\tfrac{3}{2}+5\qquad y=\tfrac{3}{4}x+\tfrac{-3+10}{2}\qquad y=\tfrac{3}{4}x+\tfrac{7}{2}$$

$$4y=3x+14\qquad 3x-4y+14=0$$

Il determinante 3X3 può essere calcolato utilizzando il metodo di Sarrus.

Equazione retta per 2 punti

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix}=0$$

$P_1\ (2;5)$ $\qquad$ $P_2\ (6;8)$

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix}=0 \rightarrow \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ 6 & 8 & 1 \end{vmatrix}=0$$

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ 6 & 8 & 1 \end{vmatrix}\begin{matrix} x & y \\ 2 & 5 \\ 6 & 8 \end{matrix}=0$$

$$5x+6y+16-30-8x-2y=0$$

$$-3x+4y-14=0$$

$$3x-4y+14=0$$

Determina l’equazione della circonferenza passante per i punti A(2;5), B(6;8) e C(-1;1)

$$\begin{cases} 4+25+2a+5b+c=0 \\ 36+64+6a+8b+c=0 \\ 1+1-a+b+c=0 \end{cases}\quad \begin{cases} 2a+5b+c=-29 \\ 6a+8b+c=-100 \\ -a+b+c=-2 \end{cases}$$ determinante sistema $\Delta=\begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 6 & 8 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

$$\Delta=-1\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 8 & 1 \end{vmatrix}-1\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 1 \end{vmatrix}+1\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 8 \end{vmatrix}=-(5-8)-(2-6)+16-30=-(-3)-(-4)-14=+3+4-14=-7$$

$$\Delta_a=\begin{vmatrix} -29 & 5 & 1 \\ -100 & 8 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix}=-2\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 8 & 1 \end{vmatrix}-1\begin{vmatrix} -29 & 1 \\ -100 & 1 \end{vmatrix}+1\begin{vmatrix} -29 & 5 \\ -100 & 8 \end{vmatrix}=-2(5-8)-(-29+100)-232+500=$$

$$-2(-3)-(71)+268=+6-71+268=203$$

$$\Delta_b=\begin{vmatrix} 2 & -29 & 1 \\ 6 & -100 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix}=-1\begin{vmatrix} -29 & 1 \\ -100 & 1 \end{vmatrix}+2\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 1 \end{vmatrix}+1\begin{vmatrix} 2 & -29 \\ 6 & -100 \end{vmatrix}=-(-29+100)+2(2-6)-200+174=$$

$$-(71)+2(-4)-26=-71-8-26=-105$$

$$\Delta_c=\begin{vmatrix} 2 & 5 & -29 \\ 6 & 8 & -100 \\ -1 & 1 & -2 \end{vmatrix}=-1\begin{vmatrix} 5 & -29 \\ 8 & -100 \end{vmatrix}-1\begin{vmatrix} 2 & -29 \\ 6 & -100 \end{vmatrix}-2\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 8 \end{vmatrix}=-(-500+232)-(-200+174)-2(16-30)=$$

$$-(-268)-(-26)-2(-14)=+268+26+28=322$$

$$a=\frac{203}{-7}=-29\qquad b=-\frac{-105}{-7}=15\qquad c=\frac{322}{-7}=-46$$

Metodo di Sarrus

$$\Delta = \begin{array}{ccccc} 2 & 5 & 1 & 2 & 5 \\ 6 & 8 & 1 & 6 & 8 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 1 \end{array} = 16\text{-}5\text{+}6\text{-}30 - 2 + 8 = -7$$

$$\Delta_a = \begin{array}{ccccc} -29 & 5 & 1 & -29 & 5 \\ -100 & 8 & 1 & -100 & 8 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & 1 \end{array} = \text{-}232\text{-}10\text{-}100\text{+}16\text{+}29\text{+}500 = 203 \qquad a = \frac{203}{-7} = -29$$

$$\Delta_b = \begin{array}{ccccc} 2 & -29 & 1 & 2 & -29 \\ 6 & -100 & 1 & 6 & -100 \\ -1 & -2 & 1 & -1 & -2 \end{array} = \text{-}200\text{+}29\text{-}12\text{-}100\text{+}4\text{+}174 = \text{-}105 \qquad b = -\frac{105}{-7} = 15$$

$$\Delta_c = \begin{array}{ccccc} 2 & 5 & -29 & 2 & 5 \\ 6 & 8 & -100 & 6 & 8 \\ -1 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{array} = \text{-}32\text{+}500\text{-}174\text{-}232\text{+}200\text{+}60 = 322 \qquad c = \frac{322}{-7} = -46$$

Metodo di sostituzione

$$\begin{cases} 2a + 5b + c = -29 \\ 6a + 8b + c = -100 \\ -a + b + c = -2 \end{cases}$$

ricaviamo c dalla terza equazione e sostituiamo nella prima e nella seconda

$$\begin{cases} 2a + 5b + a - b - 2 = -29 \\ 6a + 8b + a - b - 2 = -100 \\ c = a - b - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a + 4b = -29 + 2 \\ 7a + 7b = -100 + 2 \\ c = a - b - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a + 4b = -27 \\ 7a + 7b = -98 \\ c = a - b - 2 \end{cases}$$

Otteniamo un sistema di due equazioni in due incognite

$$\begin{cases} 3a = -4b - 27 \\ 7a + 7b = -98 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -\frac{4}{3}b - \frac{27}{3} \\ 7(-\frac{4}{3}b - \frac{27}{3}) + 7b = -98 \end{cases}$$

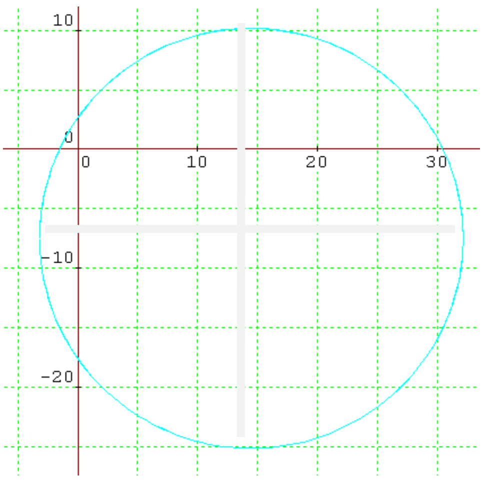
$$-\frac{28}{3}b - \frac{189}{3} + 7b = -98$$

$$-\frac{28}{3}b + 7b = \frac{189}{3} - 98$$

$$\frac{-28+21}{3}b = \frac{189-294}{3} \qquad \frac{-7}{3}b = \frac{-105}{3}$$

$$b = \frac{105}{7} = 15 \qquad a = -\frac{4}{3}15 - \frac{27}{3} = -20 - 9 = -29$$

$$c = -29 - 15 - 2 = -46$$



Equazione circonferenza

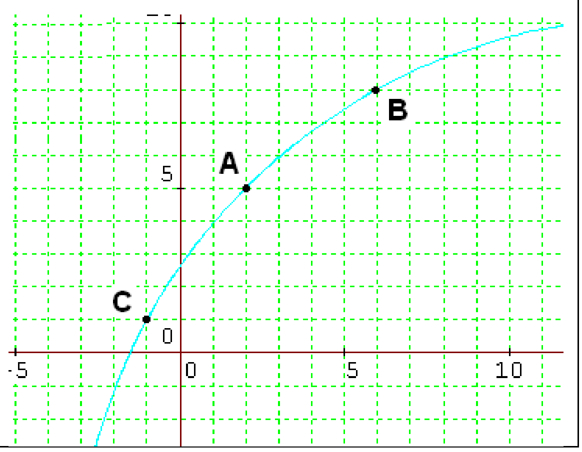
$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

$$x^2 + y^2 - 29x + 15y - 46 = 0$$

Condizione di appartenenza punto C(-1;1)

$$1 + 1 + 29 + 15 - 46 = 0$$

A(2;5), B(6;8) C(-1;1)



Centro circonferenza

α=-a/2=+29/2=14,5

β=-b/2=-15/2=-7,5

$$\text{Raggio} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 - c} = \sqrt{(\frac{19}{2})^2 + \left(-\frac{15}{2}\right)^2 + 46} =$$

$$\sqrt{\frac{19x19+15x15+46x4}{4}} = \sqrt{\frac{770}{4}} = 13{,}9 = 14$$