Radicali aritmetici

"La radice ennesima di un numero razionale positivo o nullo è quel numero, positivo o nullo, che, elevato alla ennesima potenza, dà come risultato il numero dato."

$$\sqrt[n]{a} = b \qquad \rightarrow \qquad b^n = a$$

quando si definisce il radicale aritmetico si intende che ***a* è un numero reale non negativo** , *n* è un numero intero positivo (*a* è il radicando mentre *n* è l'indice della radice).

T1. *Un radicale può essere sempre scritto come una potenza ad esponente frazionario* : $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

Dimostrazione **caso con n=2**

Vogliamo esprimere il radicale quadratico $\sqrt{a}$ come una potenza di a ; vogliamo cioè scriverla nella forma

$$a^x,$$

dove x è l'esponente incognito che intendiamo trovare. Deve essere perciò $\sqrt{a} = a^x$

eleviamo al quadrato il primo e il secondo membro

$$(\sqrt{a})^2 = (a^x)^2$$

$$a = a^{2x}$$

Se le potenze con egual base sono uguali ne consegue che devono essere uguali gli esponenti: $2x = 1$ quindi $x = \frac{1}{2}$

possiamo scrivere: $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$

T2. In generale per a non negativo abbiamo :

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

nel caso in cui il radicando sia una potenza possiamo scrivere $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \qquad (a \geq 0)$

(Le potenze con esponente razionale pag. 733)

Le dimostrazioni che seguono si basano sul fatto che un radicale può essere scritto come una potenza con esponente razionale e sull'applicazione delle proprietà delle potenze.

T3. *La proprietà invariantiva dei radicali* (pag. 721)

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{m \cdot p}{n \cdot p}} = \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}}$$

Le semplificazioni di radicali (pag. 722.n22)

$$\sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}} = \sqrt[n]{a^m}$$

la riduzione di radicali allo stesso indice (pag.723)

- si cerca il m.c.m. tra gli indici
- si moltiplicano gli indici e gli esponenti dei radicandi delle singole radici trasformandole in radicali equivalenti aventi come indice il m.c.m.

T4. *La moltiplicazione fra due o più radicali con lo stesso indice* (pag. 724.n8-n9-n10-n16-n17)

$\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} \rightarrow$ dimostrazione $a^{\frac{1}{n}} b^{\frac{1}{n}} = (ab)^{\frac{1}{n}}$

La moltiplicazione fra due o più radicali con indice diverso. Occorre rendere gli indici uguali prima di eseguire la moltiplicazione moltiplicando in modo opportuno gli indici delle radici

T5. *La divisione di radicali con lo stesso indice* (pag. 726.n19)

$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \rightarrow$ dimostrazione $\frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} = (\frac{a}{b})^{\frac{1}{n}}$

T6. *Il trasporto di un fattore fuori dal segno di radice* (pag. 725)

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} \rightarrow (ab)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}} b^{\frac{1}{n}}$$

T7. *La potenza con esponente intero non negativo di un radicale* (pag. 727. n7-n18-n20)

$(\sqrt[n]{a})^q = \sqrt[n]{a^q} \rightarrow$ dimostrazione $(a^{\frac{1}{n}})^q = a^{\frac{q}{n}} = (a^q)^{\frac{1}{n}}$

T8. *La radice di un radicale* (pag. 727.n26)

$\sqrt[n]{\sqrt[q]{a}} = \sqrt[nq]{a} \rightarrow$ dimostrazione $(a^{\frac{1}{q}})^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{nq}}$

T9. *Il trasporto di un fattore dentro il segno di radice* (pag728. n1-n2-n3-n4-n5-n6)

$$a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$$

L'addizione e la sottrazione di radicali.

"Due radicali irriducibili si dicono **simili** quando hanno lo stesso indice e lo stesso radicando. Il fattore esterno prende il nome di coefficiente del radicale."

Le pagine si riferiscono al volume H del Bergamini-Trifone-Barozzi. I numeri corrispondono agli esercizi della scheda *esercitazione*.