

Ellisse

Iperbole

Equazione

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

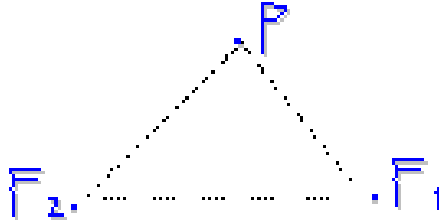
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$PF_1 + PF_2 = 2a$$

Si osservi nel disegno che $F_1F_2 = 2c$

$$PF_1 - PF_2 = 2a$$

Dato un triangolo sappiamo che la somma di due lati deve essere sempre maggiore del terzo lato



Dato un triangolo sappiamo che la differenza di due lati deve essere sempre minore del terzo lato

$$PF_1 + PF_2 > F_1F_2$$

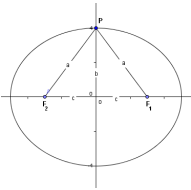
$$2a > 2c \quad a > c \quad a^2 > c^2 \text{ poniamo } a^2 - c^2 = b^2$$

$$PF_1 - PF_2 < F_1F_2$$

$$2a < 2c \quad a < c \quad a^2 > c^2 \text{ poniamo } c^2 - a^2 = b^2$$

La relazione $a^2 - c^2 = b^2$ relativa all'ellisse possiamo ricavarla utilizzando il teorema di Pitagora.

Consideriamo il punto d'intersezione dell'ellisse con il semiasse positivo delle ordinate $P(0,b)$, il triangolo (PF_1F_2) è isoscele in quanto F_1 ed F_2 sono simmetrici rispetto all'origine per costruzione. I lati obliqui PF_1 e PF_2 sono uguali ad a in quanto per l'ellisse $PF_1 + PF_2 = 2a$. Il triangolo (POF_1) è retto in O quindi possiamo applicare il teorema di Pitagora.



$$a^2 = c^2 + b^2$$

Ellisse

$$a^2 - c^2 = b^2$$

$$c^2 - a^2 = b^2$$

Iperbole

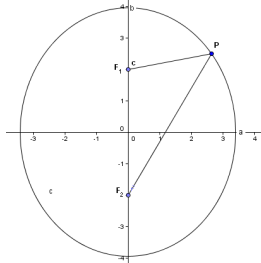
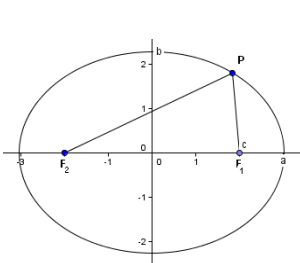
grafico

Le curve sono simmetriche rispetto agli assi cartesiani

Se $a > b$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

I punti d'intersezione con l'asse delle ascisse sono $(-a;0)$ e $(a;0)$ dove a è la lunghezza del semiasse maggiore. I punti d'intersezione con l'asse delle ordinate $(0;-b)$ e $(0;b)$ dove b è la lunghezza del semiasse minore. I fuochi si trovano sull'asse delle ascisse simmetrici rispetto all'origine.



Se $a < b$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

I punti d'intersezione con l'asse delle ascisse sono $(-a;0)$ e $(a;0)$ dove a è la lunghezza del semiasse minore. I punti d'intersezione con l'asse delle ordinate $(0;-b)$ e $(0;b)$ dove b è la lunghezza del semiasse maggiore. I fuochi si trovano sull'asse delle ordinate simmetrici rispetto all'origine.

equazione $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

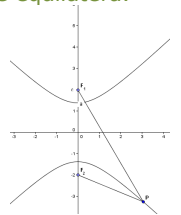
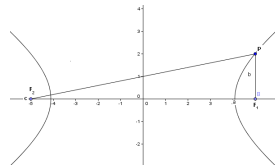
L'iperbole è caratterizzata da due rami che sono compresi tra due rette passanti per l'origine: gli asintoti

$$y = \pm \frac{b}{a}x$$

Tracciato il rettangolo di lati $2a$ (base) e $2b$ (altezza) gli asintoti coincidono con le diagonali.

La curva interseca l'asse delle ascisse e non quello delle ordinate. I punti d'intersezione con l'asse delle ascisse risultano essere $(-a;0)$ e $(a;0)$

Se $a=b$ gli asintoti coincidono con le bisettrici dei quadranti e risultano fra loro perpendicolari; l'iperbole si dice equilatera.



equazione $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$

La curva interseca l'asse delle ordinate e non quello delle ascisse. I punti d'intersezione con l'asse delle ordinate risultano essere $(0;b)$ e $(0;-b)$

Se gli assi sono uguali ($a=b$), i fuochi coincidono e l'ellisse risulta essere una circonferenza. La circonferenza è un caso particolare di ellisse.

Se ruotiamo la curva di 45° otteniamo $XY = \text{costante}$ un'iperbole equilatera i cui asintoti coincidono con gli assi cartesiani.