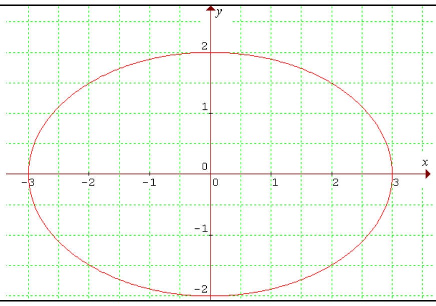
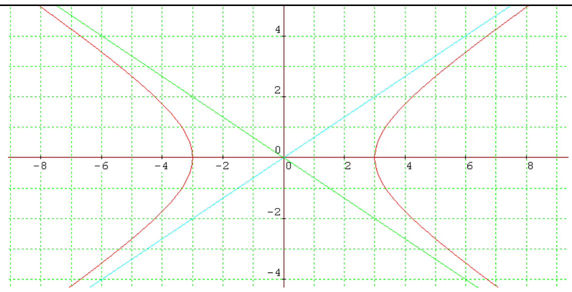
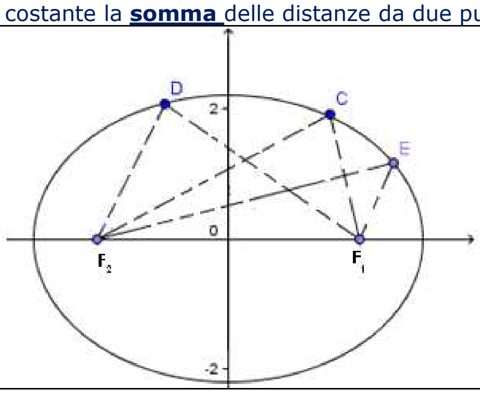
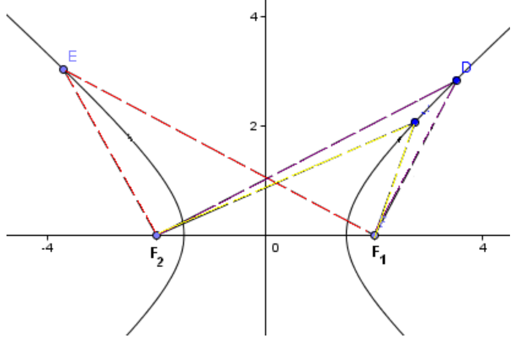
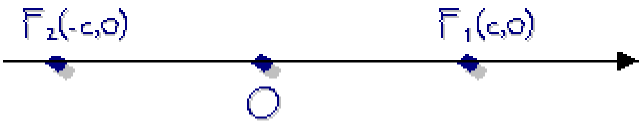
Ellisse	Iperbole
equazione	
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$	$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$
grafico	
	
definizione	
L'ellisse è il luogo geometrico dei punti del piano per i quali è costante la **somma** delle distanze da due punti fissi detti fuochi.	L'iperbole è il luogo geometrico dei punti del piano per i quali è costante la **differenza** delle distanze da due punti fissi detti fuochi.
	

Consideriamo i fuochi $F_1(c,0)$ ed $F_2(-c,0)$ della curva sull'asse dalle ascisse simmetrici rispetto all'origine:



Preso un punto P(x, y) vogliamo trovare la relazione che esiste tra l'ascissa e l'ordinata del punto P quando il punto appartiene alla curva, troveremmo che tutti i punti verificano un'equazione di secondo grado. Per determinare l'equazione dobbiamo utilizzare la formula della distanza: $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$PF_1+PF_2=cost$	$PF_1-PF_2=cost$
$PF_1=\sqrt{(x-c)^2+(y-0)^2}$	$PF_2=\sqrt{(x+c)^2+(y-0)^2}$
posta la costante uguale a **2a** otteniamo:	
$PF_1+PF_2=2a$ $\sqrt{(x-c)^2+(y-0)^2}+\sqrt{(x+c)^2+(y-0)^2}=2a$	$PF_1-PF_2=2a$ $\sqrt{(x-c)^2+(y-0)^2}-\sqrt{(x+c)^2+(y-0)^2}=2a$

Dobbiamo risolvere un'equazione irrazionale. Trasportiamo una delle due radici al secondo membro ed eleviamo al quadrato il primo ed il secondo membro:

Ellisse:

$$\sqrt{(x-c)^2+(y-0)^2} = -\sqrt{(x+c)^2+(y-0)^2} + 2a$$
$$x^2-2cx+c^2+y^2 = x^2+2cx+c^2+y^2-4a\sqrt{x^2+2cx+c^2+y^2}+4a^2$$
$$-2cx-2cx-4a^2 = -4a\sqrt{x^2+2cx+c^2+y^2}$$
$$+2cx+2cx+4a^2 = +4a\sqrt{x^2+2cx+c^2+y^2}$$
$$4cx+4a^2 = +4a\sqrt{x^2+2cx+c^2+y^2}$$
$$cx+a^2 = a\sqrt{x^2+2cx+c^2+y^2}$$

Iperbole:

Dopo aver ridotto l'espressione e diviso per 4 otteniamo ancora un'equazione irrazionale, eleviamo un'altra volta al quadrato il primo e il secondo membro:

$$\sqrt{(x-c)^2+(y-0)^2} = +\sqrt{(x+c)^2+(y-0)^2} + 2a$$
$$x^2-2cx+c^2+y^2 = x^2+2cx+c^2+y^2+4a\sqrt{x^2+2cx+c^2+y^2}+4a^2$$
$$-2cx-2cx-4a^2 = +4a\sqrt{x^2+2cx+c^2+y^2}$$
$$+2cx+2cx+4a^2 = -4a\sqrt{x^2+2cx+c^2+y^2}$$
$$4cx+4a^2 = -4a\sqrt{x^2+2cx+c^2+y^2}$$
$$cx+a^2 = -a\sqrt{x^2+2cx+c^2+y^2}$$

Si osservi che le due espressioni risultano uguali dopo aver elevato al quadrato per la seconda volta:

$$\boxed{PF_1+PF_2=2a}$$

$$cx+a^2 = a\sqrt{x^2+2cx+c^2+y^2}$$
$$c^2x^2+2a^2cx+a^4 = a^2(x^2+2cx+c^2+y^2)$$
$$c^2x^2+2a^2cx+a^4 = a^2x^2+2a^2cx+a^2c^2+a^2y^2$$
$$+c^2x^2-a^2x^2-a^2y^2 = -a^4+a^2c^2$$

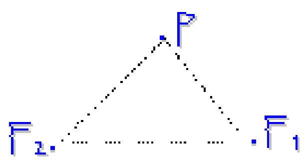
$$\boxed{PF_1-PF_2=2a}$$

Ellisse:

$$-c^2x^2+a^2x^2+a^2y^2 = +a^4-a^2c^2$$
$$(a^2-c^2)x^2+a^2y^2 = +a^2(a^2-c^2)$$

Iperbole:

$$+c^2x^2-a^2x^2-a^2y^2 = -a^4+a^2c^2$$
$$(c^2-a^2)x^2-a^2y^2 = +a^2(c^2-a^2)$$



Si osservi nel disegno che $F_1F_2=2c$

Dato un triangolo sappiamo che la somma di due lati deve essere sempre maggiore del terzo lato

$PF_1+PF_2>F_1F_2$

$2a>2c \quad a>c \quad a^2>c^2$

poniamo $a^2-c^2=b^2$

Dato un triangolo sappiamo che la differenza di due lati deve essere sempre minore del terzo lato

$PF_1-PF_2<F_1F_2$

$2a<2c \quad a<c \quad a^2>c^2$

poniamo $c^2-a^2=b^2$

Dividiamo per a^2b^2:

Ellisse:

$$b^2x^2+a^2y^2=+a^2b^2$$
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

Iperbole:

$$b^2x^2-a^2y^2=+a^2b^2$$
$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$